数

令 和 7 年 度

A 個 別 方 式

数 学

注 意

1．この冊子は開始の合図があるまで開かないこと。

●この冊子には問題と計算用紙がある。

●計算用紙の一部はこの冊子から取りはずすことができる。

2．解答時間は 60 分間である。

3．試験開始の合図があったら，この冊子が1ページから 10 ページまでそろっていることと，取りはずしの計算用紙があることを確かめ，不備の場合は着席したまま手を挙げること。

4．問題**1**から**8**のうち**1**と**8**は必須問題，**2**から**7**は選択問題である。
2と**3**から1つ，**4**と**5**から1つ，**6**と**7**から1つ選んで解答し，解答用紙では選んだ問題の番号を◯で囲むこと。

5．解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。

6．解答に無関係な語句や記号を書いたり，落書などのある解答用紙は無効とする。

7．解答用紙には，必ず受験番号と氏名を記入すること。

8．試験終了後，この冊子は持ち帰りなさい。

数　　　学

問題１から８のうち１と８は必須問題，２から７は選択問題である。
２と３から１つ，４と５から１つ，６と７から１つ選んで解答し，解答用紙では選んだ問題の番号を◯で囲むこと。問題８の(４)以外は，空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ナ}}$ を適切に埋める問題である。解答はすべて解答用紙の所定の欄に記入すること。

1. (1) 多項式 $4x^3+4x^2-8x+28$ を $2x^2-3x+4$ で割ると，商は $\boxed{\text{ア}}$ であり，余りは $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 関数 $y=4^x-2^{x+2}+9$ は，$x=\boxed{\text{ウ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

(3) $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ において，関数 $y=2\sin\dfrac{2\theta}{3}$ の最大値は $\boxed{\text{オ}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4) $5\log_3 6 = 5+\log_3 \boxed{\text{キ}}$ と $3^3=27<\boxed{\text{キ}}<81=3^4$ を用いると，$5\log_3 6$ の整数部分は 8 であることがわかる。また，$2\log_3 48+\log_9 144$ の整数部分は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(5) 2 つの実数 a，b について，3 つの条件 p，q，r を次のように定める。

p: $a>1$ かつ $b>1$

q: $a^2+b^2>3$

r: $(a-1)(b-1)>0$

このとき，p は q であるための $\boxed{\text{ケ}}$。 p は r であるための $\boxed{\text{コ}}$。
ただし，$\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ では，当てはまるものを次の①～④からそれぞれ 1 つずつ選び，記号で答えること。

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが，十分条件ではない

③ 十分条件であるが，必要条件ではない

④ 必要条件でも十分条件でもない

計　算　用　紙

問題２と３から１つ選んで解答すること。

2. 数列 $\{a_n\}$ は初項 26，公差 -4 の等差数列であるとし，初項から第 n 項までの和を S_n とおく。このとき，$a_8 = \boxed{\quad サ \quad}$ であり，$S_n = 0$ を満たす自然数 n は $n = \boxed{\quad シ \quad}$ である。

3. 2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ は次の 3 つの条件 (i)，(ii)，(iii) をすべて満たすとする。ただし，a，b，c は定数である。

(i) すべての実数 x に対して，不等式 $f(x) \leqq 50$ が成り立つ。

(ii) $1 \leqq x \leqq 3$ において，$f(x)$ の最大値は 6 であり，最小値は -18 である。

(iii) $-4 \leqq x \leqq -3$ において，$f(x)$ の最大値は 6 である。

このとき，$a = \boxed{\quad サ \quad}$ であり，放物線 $y = f(x)$ の頂点の y 座標は $\boxed{\quad シ \quad}$ である。

計　算　用　紙

問題４と５から１つ選んで解答すること。

4． 座標平面において，方程式 $y = \dfrac{1}{2}x + 2$ で定まる直線 l と点 A$(1, 5)$ に対して，次の 2 つの条件 (i) と (ii) を満たすように点 B をとる。

(i) 直線 AB は直線 l に垂直である。

(ii) 直線 AB と直線 l の交点を P とするとき，P は線分 AB を 1 : 2 に内分する。

(1) ベクトル $\vec{c} = \left(1, \boxed{\text{ス}}\right)$ は $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ に平行である。

(2) (1) の $\vec{c}$ を用いると，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \boxed{\text{セ}}\,\vec{c}$ が成り立つ。

(3) 原点を O とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を成分で表すと $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boxed{\text{ソ}}$ である。

5． 座標平面において，方程式 $y = \dfrac{1}{2}x + 2$ で定まる直線 l と点 A$(1, 5)$ に対して，次の 2 つの条件 (i) と (ii) を満たすように点 B をとる。

(i) 直線 AB は直線 l に垂直である。

(ii) 直線 AB と直線 l の交点を P とするとき，P は線分 AB を 1 : 2 に内分する。

(1) 直線 AB の方程式は $y = \boxed{\text{ス}}$ である。

(2) $\mathrm{AP} = \boxed{\text{セ}}$

(3) B の座標は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

計　　算　　用　　紙

問題６と７から１つ選んで解答すること。

6. 1個のさいころを3回続けて投げて，出た目が順に a, b, c であるとし，a を百の位，b を十の位，c を一の位とする3桁の自然数を n とする。

(1) n が5の倍数である確率は $\boxed{\text{タ}}$ である。

(2) n が15の倍数であるならば，$a+b$ を3で割った余りは $\boxed{\text{チ}}$ である。

(3) n が15の倍数である確率は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

7. 三角形がもつ次の2つの性質を余弦定理により証明してみよう。

性質1「2辺の長さの和は，残りの辺の長さより大きい」

性質2「2辺の大小関係は，その向かい合う角の大小関係に一致する」

三角形ABCにおいて，$\mathrm{BC}=a$, $\mathrm{CA}=b$, $\mathrm{AB}=c$ とする。$0<C<\pi$ より $\cos C>-1$ であるから，余弦定理を用いると

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C<a^2+b^2-2ab\times(-1)=(a+b)^2$$

が成り立つ。$c>0$, $a+b>0$ より $c<a+b$ となり，性質1が残りの辺をABとした場合に導かれる。

次に性質2の証明のために，余弦定理を用いて $\cos A$ と $\cos B$ を a, b, c の式で表し，$\cos B-\cos A$ を計算すると

$$\cos B-\cos A=\frac{(a+b+c)\left(\boxed{\text{タ}}\right)\left(\boxed{\text{チ}}\right)}{2abc}$$

となる。ここで，$a+b+c>0$, $2abc>0$ であり，性質1により $\boxed{\text{タ}}>0$ であるから，$\cos B-\cos A$ と $\boxed{\text{チ}}$ は同符号になるか，または，ともに0になる。このことと，$0<\theta<\pi$ の範囲で θ の値が増加すると，$\cos\theta$ の値が $\boxed{\text{ツ}}$ することから，性質2が2辺BC，CAとその向かい合う角に対して導かれる。

計　算　用　紙

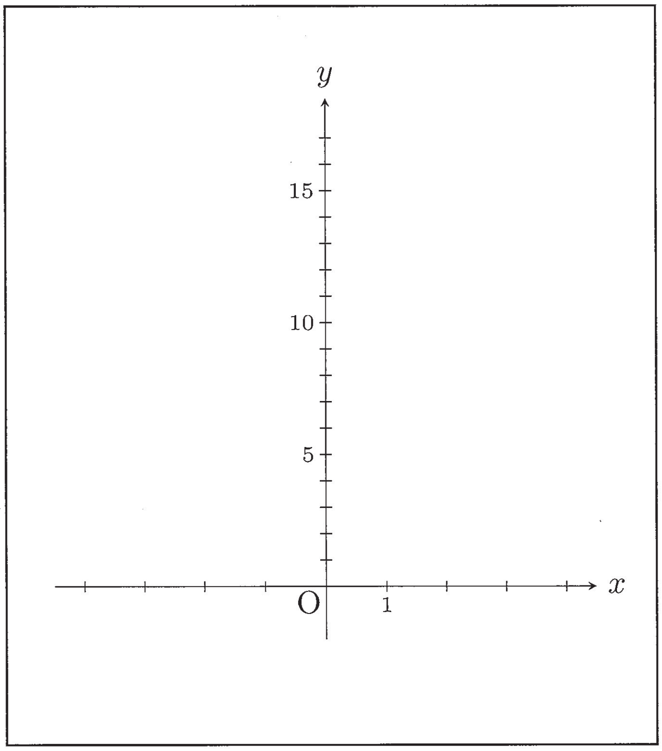
8. 座標平面において，放物線 $y=-x^2+16$ を C_1，放物線 $y=2x^2-6x+7$ を C_2 とし，C_1 と C_2 の 2 つの共有点を x 座標が小さい方から順に A，B とする。

(1) B の座標は $\boxed{\text{テ}}$ である。

(2) C_1 の接線で直線 AB に平行なものの方程式は $y=\boxed{\text{ト}}$ である。

(3) C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

(4) C_1 と C_2 で囲まれた部分を図示せよ。



下書き用

計　算　用　紙